

Algorithmme et suite

Énoncé

On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = \sqrt{3} - i$ et pour tout entier naturel n :

$$z_{n+1} = (1 + i)z_n.$$

Partie A

Pour tout entier naturel n , on pose $u_n = |z_n|$.

1. ...
2. Démontrer que (u_n) est la suite géométrique de raison $\sqrt{2}$ et de premier terme 2.
3. ...
4. ...
5. Étant donné un réel positif p , on souhaite déterminer, à l'aide d'un algorithme, la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que $u_n > p$.

Recopier l'algorithme ci-dessous et le compléter par les instructions de traitement et de sortie, de façon à afficher la valeur cherchée de l'entier n .

Variables	:	u est un réel p est un réel n est un entier
Initialisation	:	Affecter à n la valeur 0 Affecter à u la valeur 2
Entrée	:	Demander la valeur de p
Traitement	:	
Sortie	:	

Liban Mai 2014

Correction

Partie A

1. ...
2. $u_{n+1} = |z_{n+1}| = |(1+i)z_n| = |1+i| \times |z_n| = \sqrt{2}|z_n| = \sqrt{2}u_n$
3. ...
4. ...

	Variables	: u est un réel p est un réel n est un entier
	Initialisation	: Affecter à n la valeur 0 Affecter à u la valeur 2
5.	Entrée	: Demander la valeur de p
	Traitement	: Tant que $u \leq p$ Faire Affecter à n la valeur $n+1$ Affecter à u la valeur $\sqrt{2} \times u$ Fin du Tant Que
	Sortie	: Afficher n